

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ПРОСПЕКТ И ПРОГРАММА
для поступающих в аспирантуру

на
Механико-математический факультет

Новосибирск
2002

Поступающие в аспирантуру подают на имя ректора следующие документы:

- заявление о приеме в аспирантуру по установленному образцу;
- анкету с фотографией;
- копию диплома и приложения к нему (для лиц, получивших высшее профессиональное образование за рубежом, – соответствующий диплом и свидетельство о его эквивалентности);
- удостоверение о сдаче кандидатских экзаменов (для лиц, сдавших кандидатские экзамены);
- характеристику-рекомендацию научного руководителя с согласием на научное руководство в аспирантуре (доктор наук);
- 4 фотографии (3x4).

Паспорт и диплом представляются лично.

Сроки приема в аспирантуру ежегодно устанавливаются приемной комиссией в апреле текущего года (возможные сроки приема – июнь и сентябрь).

Прием в аспирантуру проводится на госбюджетной и договорной (платной) основе. Количество мест для приема в аспирантуру за счет средств федерального бюджета определяется контрольными цифрами приема, устанавливаемыми Минобразованием России. Прием на договорной (платной) основе проводится на места сверх установленного плана.

Граждане иностранных государств, включая граждан государств – участников СНГ, принимаются в аспирантуру НГУ на основе международных договоров и межправительственных соглашений Российской Федерации, а также по договорам, предусматривающим оплату стоимости подготовки юридическими и физическими лицами.

Решение о допуске к вступительным экзаменам выносится приемной комиссией с учетом заключения научного руководителя.

Поступающие в аспирантуру сдают конкурсные вступительные экзамены по:

- специальности;
- философии;
- иностранному языку.

Лица, сдавшие полностью или частично кандидатские экзамены, при поступлении в аспирантуру освобождаются от соответствующих вступительных экзаменов.

Результаты выпускных магистерских экзаменов по философии и иностранному языку засчитываются в качестве вступительных экза-

менов в аспирантуру, если в индивидуальном учебном плане магистра были предусмотрены магистерские экзамены по этим предметам.

Приемная комиссия в составе проректора по научной работе, деканов факультетов, заведующих общеуниверситетскими кафедрами и заведующей отделом науки и аспирантуры по результатам вступительных экзаменов выносит решение по каждому претенденту, обеспечивая зачисление на конкурсной основе наиболее подготовленных к научно-педагогической деятельности. Зачисление аспирантов оформляется приказом ректора.

Срок обучения в очной аспирантуре – три года, в заочной аспирантуре – четыре.

Освобождение от работы лиц, принятых в очную аспирантуру, производится в соответствии с Законодательством о труде Российской Федерации.

Стипендия аспирантам очной формы обучения, зачисленным в счет контрольных цифр плана приема, выплачивается со дня зачисления, но не ранее дня увольнения с предыдущего места работы.

Аспиранты, принятые по очной форме обучения, обеспечиваются местом в общежитии **(без членов семьи)**.

Наш адрес: 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2
НГУ, отдел науки, докторантуры и аспирантуры
Тел. 30-07-53, 39-77-53
Электронный адрес: aspirant@admin.nsu.ru

Механико-математический факультет Новосибирского государственного университета принимает в аспирантуру по следующим специальностям:

МАТЕМАТИКА

- 01.01.01 – математический анализ
- 01.01.02 – дифференциальные уравнения
- 01.01.04 – геометрия и топология
- 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика
- 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел
- 01.01.07 – вычислительная математика
- 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика

МЕХАНИКА

01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

ИНФОРМАТИКА

05.13.11 – математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов, систем и сетей

05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Для всех поступающих в аспирантуру математического факультета НГУ в программу экзамена по математике обязательно включаются «Вещественный комплексный анализ», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Алгебра», «Геометрия».

Кроме того, в программу входит дополнительный материал в соответствии со следующим списком:

01.01.01 – дополнительные главы анализа;

01.01.02 – уравнения с частными производными;

01.01.04 – дополнительные главы геометрии;

01.01.05 – теория вероятностей;

01.01.06 – математическая логика, дополнительные главы алгебры;

01.01.07 – методы вычислений;

01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика;

01.02.04 – теория упругости и пластичности;

01.02.05 – гидродинамика и газовая динамика;

05.13.11 – математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных систем

05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Необходимый для подготовки к экзамену обязательный материал указан в программах. Дополнительные главы согласовываются с предполагаемым научным руководителем и соответствующей кафедрой.

«УТВЕРЖДАЮ»

проректор по научной работе
профессор Г. Ю. Шведенков

« ____ » _____ 2002 г.

ВЕЩЕСТВЕННЫЙ И КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

1. Математический анализ

Теория пределов. Теория рядов. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Основные теоремы дифференциального исчисления, теорема о средних значениях, теорема о неявных функциях, формула Тейлора.

Основные теоремы интегрального исчисления (теоремы о замене переменных; теоремы о повторных интегралах; формулы Грина, Остроградского, Стокса).

2. Основы функционального анализа

Конечномерные вещественные пространства (характеризация открытых, замкнутых и компактных множеств).

Основные теоремы о сходимости последовательностей измеримых функций (теорема Егорова).

Определения и основные свойства интеграла Лебега. Теоремы Лебега, Деви, Фату о предельном переходе под знаком интеграла. Теорема Фубини.

Функции ограниченной вариации и интеграл Стильтьеса.

Основные нормированные пространства, Полнота, сепарабельность, критерий компактности, сильная и слабая сходимости.

Гильбертовы пространства. Теоремы Рисса - Фишера. Ряды и интегралы Фурье.

Элементы теории линейных операторов. Теорема Бахана об обратном операторе. Теорема Хана - Бахана. Теорема Фредгольма для вполне непрерывных операторов.

Линейные функционалы. Теорема Бахана - Штейнгауза. Теорема Рисса о представлении.

Теоремы о неподвижной точке. Принцип Бахана, принцип Шаудера.

3. Основы теории функций комплексного переменного

Условия Коши - Римана. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Точки ветвления и римановы поверхности.

Комплексное интегрирование. Теорема Коши. Интеграл типа Коши. Теорема Морера.

Ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции. Теорема единственности аналитической функции. Принцип модуля и аргумента для аналитических функций. Элементы теории вычетов.

Бесконечные произведения. Представление целой функции в виде бесконечного произведения.

Принцип аналитического продолжения. Теорема Римана о конформном отображении односвязных областей. Формула Кристофера - Шварца.

Предельные значения интеграла типа Коши (формула Сохоцкого - Племеля). Восстановление функций аналитической функции по ее вещественной части на окружности (формула Шварца). Решение задачи Дирихле для круга (формула Пуассона).

ЛИТЕРАТУРА

Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1-3.

Колмогоров А. Н. и Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа.

Бицадзе А. В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения и нормальной системы. Зависимость решения от начальных условий и от параметров.

2. Общая теория линейных систем

Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейной однородной системы. Построение общего решения. Неоднородные линейные системы. Метод вариации произвольных

постоянных. Линейное уравнение n -го порядка. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

3. Теория устойчивости

Теорема Ляпунова об устойчивости. Теоремы о неустойчивости. Устойчивость по первому приближению. Понятие о краевых задачах для уравнения второго порядка. Собственные числа. Собственные функции. Функция Грина.

ЛИТЕРАТУРА

Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

АЛГЕБРА

1. Основные понятия алгебры

Алгебраические операции и алгебраические системы. Изоморфизм. Группа. Кольцо. Поле. Поле комплексных чисел. Кольцо многочленов. Кольцо матриц. Группа подстановок.

2. Теория определителей

Определитель квадратной матрицы и его простейшие свойства. Поведение определителя при транспонировании матрицы, элементарных преобразованиях системы строк и столбцов матрицы и умножении матриц. Разложение определителя по строке, критерий обратимости и формула для обратной матрицы. Решение крамеровых систем линейных уравнений.

3. Конечномерные векторные пространства

Линейная зависимость, теорема о замене, база и ранг системы векторов, размерность пространства. Изоморфизм любого конечномерного пространства некоторому пространству строк. Преобразование координат вектора при смене базы пространства. Факторпространство. Размерность суммы и пересечения подпространств, факторпространства.

4. Системы линейных уравнений

Теорема о ранге для матриц. Критерий совместности системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений (определение и отыскание). Однородные системы (пространство ре-

шений, фундаментальные системы решений). Связь между множеством решений совместной неоднородной системы и пространством решений соответствующей однородной системы.

5. Многочлены

Делимость многочленов (алгоритм деления с остатком, наибольший общий делитель, алгоритм Евклида). Разложение на неразложимые множители. Корни и значения (теорема Безу, формула Тейлора, интерполяционный многочлен). Формулы Виета и основная теорема о симметрических многочленах. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.

6. Линейные преобразования векторных пространств

Алгебра линейных преобразований пространств, изоморфизм с алгеброй матриц. Образ, ядро, ранг и дефект линейного преобразования. Невырожденные преобразования. Инвариантные подпространства, сужение преобразования на инвариантном подпространстве и индуцирование на фактор-пространстве.

Собственные векторы, собственные значения и корни характеристического многочлена (спектр) линейного преобразования, теорема Гамильтона-Кэли. Корневые подпространства и корневое разложение пространства относительно линейного преобразования. Нильпотентные преобразования и их классификация. Жорданова классификация линейных преобразований и жорданова форма матриц (существование, единственность). Задача о подобии матриц. Функции от матриц, представление многочленами и ряды от матриц.

7. Линейные отображения евклидовых и унитарных пространств

Аксиоматика евклидовых и унитарных пространств, длина вектора и угол между ненулевыми векторами (неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника). Процесс ортогонализации и изоморфизмы евклидовых и унитарных пространств стандартным пространствам строк, ортогональное дополнение к подпространству и ортогональные разложения евклидовых и унитарных пространств.

Сопряженное линейное отображение и сопряженная матрица. Эрмитовы и симметрические линейные преобразования и матрицы (определение, спектр и канонический вид). Косоэрмитовы и кососимметрические линейные преобразования и матрицы (определение, спектр и канонический вид). Унитарные и ортогональные преобразования и

матрицы (определение, спектр и канонический вид). Сингулярные числа, сингулярное разложение линейного отображения и матрицы. Полярное разложение линейного преобразования матрицы.

8. Квадратичные формы

Поведение матрицы квадратичной формы при линейной замене переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом выделения полных квадратов. Закон инерции для вещественных квадратичных форм. Положительно определенные формы (критерий Сильвестра). Приведение вещественной квадратичной формы к главным осям.

ЛИТЕРАТУРА

Курош А. Г. "Курс высшей алгебры". М.: Наука, 1971.
Мальцев А. И. "Основы линейной алгебры". М.: Наука, 1970.
Фаддеев Д. К. "Лекции по алгебре". М.: Наука, 1984.
Воеводин В. В. "Линейная алгебра". М.: Наука, 1980.
Кострикин А.И. "Введение в алгебру". М.: Наука, 1977.
Винберг Э. Б. "Курс алгебры". М.: Факториал, 1999.

ГЕОМЕТРИЯ

1. Аффинные и ортонормальные системы координат

Формулы замены координат. Вычисление скалярных произведений, длин отрезков и углов.

2. Геометрические основы теории определений

Одинаково и противоположно ориентированные реперы, ориентация пространства. Вычисление объема параллелепипеда, построенного по реперу, через координаты составляющих векторов. Геометрический смысл детерминанта матрицы Грамма. Векторное и смешанное произведение в 3-мерном ориентированном евклидовом пространстве.

3. Аффинные подпространства

Задание аффинного подпространства параметрическим уравнением и системой уравнений. Существование и единственность аффинного отображения, имеющего заданные значения в заданных точках. Аффинные свойства фигур (прямолинейность, выпуклость, связность и т.п.). Инвариантные подпространства аффинных и ортогональных пре-

образований. Разложение аффинного отображения в произведение растяжения и ортогонального отображения.

4. Линии и поверхности 2-го порядка

Алгебраические поверхности. Пересечение алгебраической поверхности с прямой, условие касания. Линия второго порядка (фокусы, асимптоты, оптические свойства). Строение поверхностей 2-го порядка. Алгоритмы отыскания канонического уравнения и главных осей поверхности, заданной общим уравнением 2-й степени. Метод Лагранжа (метод выделения полных квадратов) для определения аффинного типа поверхности 2-го порядка.

5. Теория кривых

Кривизна кривой. Соприкасающаяся плоскость, главная нормаль и бинормаль. Кручение кривой. Теорема о задании кривой натуральными уравнениями.

6. Теория поверхности

Первая и вторая квадратичная форма. Универсальная связь между первой и второй квадратичными формами поверхности. Понятие о внутренней геометрии поверхностей и ее многомерном обобщении (римановой геометрии).

ЛИТЕРАТУРА

Погорелов А.В. Аналитическая геометрия
Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА

1. Бесконечномерное дифференциальное исчисление

1.1. Дифференциал

Сильный дифференциал. Производная по направлению. Слабый дифференциал. Элементарные свойства дифференциалов. Формула конечных приращений. Достаточное условие сильной дифференцируемости. Классы дифференцируемых функций. Формула Ньютона – Лейбница.

1.2. Дифференциал второго порядка

Второй дифференциал как билинейный оператор. Симметричность вторых производных. Интегральная формула формулы Тейлора. Формула Тейлора – Лагранжа.

1.3. Локальная обратимость

Теорема локальной обратимости. Понятие диффеоморфизма. Метод Ньютона – Канторовича. Теорема о неявной функции.

1.4. Экстремальные задачи

Теорема Ферма. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Приложения.

1. Принцип неподвижной точки

2. Сжимающие отображения

Принцип сжимающего отображения. Обобщенный принцип сжимающего отображения. Неподвижная точка гладкой функции. Принцип сближающего отображения. Принцип Банаха – Каччопполи. Приложения.

2.1. Теорема Брауэра

Функциональные и операторные определители. Первая лемма о нулевом определителе. Вторая лемма о нулевом определителе. Лемма о связи производных. Лемма об интеграле производных. Лемма о постоянстве интеграла. Теорема Брауэра (случай гладкой функции). Лемма о приближении гладкими функциями. Теорема Брауэра (случай шара). Лемма о гомеоморфных образах шара. Теорема Брауэра (случай непустой внутренней). Теорема Брауэра (случай эндоморфизма). Теорема Брауэра (общий случай).

2.2. Принцип Шаудер

Лемма о разложении единицы. Лемма о конечномерной аппроксимации. Первый и второй принципы Шаудера. Принципы Лерэ – Шаудера.

2.3. Теорема Тарского – Биркгофа

3. Элементы теории функций вещественной переменной

3.1. Функции ограниченной вариации

Функции ограниченной вариации: определение, свойства теорема о представлении функции ограниченной вариации в виде разности двух монотонных функций. Принцип выбора Хелли. Интеграл Лебега – Стильеса и его свойства. Общий вид линейных функционалов в пространстве непрерывных функций

3.2. Теорема Лебега о дифференцировании монотонной функции

3.3. Абсолютно непрерывные функции

Дифференциальные свойства абсолютно непрерывных функций. Неопределенный интеграл Лебега. Восстановление первообразной функции. Формула замены переменной и интегрирование по частям в интеграле Лебега на вещественной прямой. Абсолютно непрерывные функции и функции с обобщенными производными по Соболеву на вещественной прямой.

3.4. Пространства $L_p(U)$

Пространства $L_p(U)$, $1 \leq p \leq +\infty$, их полнота и сепарабельность. Регуляризация распределений и функций классов $L_p(U)$. Предкомпактные множества в $L_p(U)$, условия компактности. Дуальное (сопряженное) пространство $(L_p(U))'$. Рефлексивность пространств $L_p(U)$.

3.5. Максимальная функция

Лемма Винера о покрытии. Операторы слабого и сильного типа. Интерполяционная теорема Марцинкевича. Теорема о максимальной функции. Теорема об аппроксимации единицы. Теорема Лебега о дифференцировании интеграла.

4. Элементы теории пространств Соболева

4.1. Распределение Шварца и функции с обобщенными производными по Соболеву

4.2. Пространства $W_p^l(U)$

Определение и простейшие свойства. Полнота, сепарабельность и рефлексивность. Регуляризация функций пространства $W_p^l(U)$. Инвариантность пространств $W_p^l(U)$ при диффеоморфных заменах переменных.

4.3. Продолжение функций класса $W_p^l(U)$ во все пространства R^n

Операторы продолжения функций пространств Соболева $W_p^l(U)$ из области U в пространство R^n . Теоремы о продолжении.

4.4. Теоремы вложения и следы функций пространства $W_p^l(U)$ на границе области U

Теорема вложения. Теорема о следах на границе области.

5. Элементы геометрической теории меры

5.1. Внешние меры

Измеримость по Каратеодори. Теоремы об измеримых множествах.

5.2. Знакопеременные и векторные меры

Теорема о счетной аддитивности полной вариации меры. Теоремы Хана и Жордана о разложении счетно-аддитивной функции множества. Теорема Рисса о представлении линейного функционала.

5.3. Слабая сходимость

5.4. Дифференцируемость аддитивных функций множества

Теорема Витали о покрытии. Теорема о дифференцируемости аддитивной функции множества. Теорема о разложении меры на абсолютно непрерывную и сингулярную части.

5.5. Меры Хаусдорфа и их свойства

Определение меры Хаусдорфа в метрическом пространстве. Конструкция Каратеодори. Размерность по Хаусдорфу. Примеры множеств, имеющих дробную размерность по Хаусдорфу. Связь между мерой Лебега и мерой Хаусдорфа.

5.6. Теоремы Лузина и Егорова о последовательностях измеримых функций

5.7. Липшицевы функции на метрических пространствах. Теорема Каршбаума

5.8. Теорема Радемахера о дифференцировании липшицевой функции нескольких переменных

5.9. Теорема Степанова о дифференцировании

5.10. Площадь и коплощадь липшицевых отображений

Формула площади. Формула замены переменной с функцией кратности. Формула коплощади.

ЛИТЕРАТУРА

Вулих Б.З. Введение в теорию полуупорядоченных пространств. М., Физматгиз, 1961.

- Гельфанд И.М., Шилев Г.Е. Обобщенные функции, Вып. 1 и 2. М., Физматгиз, 1959.
- Гусман М. Дифференцирование интегралов в R^n . М., Мир, 1978.
- Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М., Наука, 1984.
- Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1989.
- Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М., Высшая школа, 1982.
- Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. С., Физматгиз, 1957.
- Решетняк Ю.Г. Курс математического анализа. Часть 1. Книга 2. Новосибирск, Изд-во ИМ, 1999.
- Рудин У. Функциональный анализ. М., Мир, 1975.
- Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. М., Наука, 1987.
- Стейн И.М. Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций. М., Мир, 1973.
- Эдвардс Р. Функциональный анализ: Теория и приложения. М., Мир, 1969.
- Федерер Г. Геометрическая теория меры. М., Наука, 1987.
- Хермандер Л. Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. Том 1. Теория распределений и анализ Фурье. М., Мир, 1986.
- Adams Robert A. Sobolev Spaces. Academic press. N-Y – San Francisco – London, 1975.

УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

1. Введение

Характеристика уравнений в частных производных. Постановка задач для уравнений математической физики. Понятие о корректности постановок. Пример Адамара.

2. Гиперболические уравнения

Приведение к каноническому виду гиперболической системы 1-порядка с двумя независимыми переменными. Задача Коши и смешанная задача в квадрате для этой системы. Теорема существования и единственности. Одномерное волновое уравнение (струна). Поста-

новка задач и формулы для их решения. Задача Коши для волнового уравнения в трехмерном пространстве формула Кирхгоффа. Принцип Гюйгенса. Метод спуска для получения решения двумерного волнового уравнения. Получение решения неоднородного волнового уравнения методом толчков (интеграл Дюамеля). Интеграл энергии. Теорема единственности решения задачи Коши и смешанной задачи. Априорные оценки решения волнового уравнения.

3. Параболические уравнения

Принцип максимума. Теоремы единственности для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона решения уравнения теплопроводности по начальным значениям температуры (задача Коши). Разностный метод решения уравнения теплопроводности. Явные и неявные разностные схемы. Метод прогонки решения одномерных неявных трехточечных разностных уравнений.

4. Эллиптические уравнения

Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Формула Грина. Преобразование Кельвина. Разложение гармонической функции в окрестности бесконечности и в окрестности особой точки. Принцип максимума для эллиптических уравнений второго порядка. Единственность решения задачи Дирихле и задачи Неймана. Метод Перрона решения задач Дирихле. Свойства субгармонических функций Барьеры. Условия регулярности граничной точки. Свойства объемного потенциала, свойства потенциалов простого и двойного слоя. Логарифмический потенциал. Сведения задач Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа к интегральным уравнениям. Исследование интегральных уравнений. Краевые задачи для уравнений Лапласа в шаре и в полупространстве. Функция Грина.

5. Метод Фурье

Преобразование Фурье. Формула Фурье. Простейшие оценки типа вложения. Решение с помощью преобразования Фурье задачи Коши для уравнения с постоянными коэффициентами. Гиперболичность, как условие корректности задачи Коши. Применение метода Фурье к решению первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Задача о колебаниях в ограниченном объеме. Схема метода разделения переменных. Решение уравнения Лапласа в пространстве методом Фурье.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ГЕОМЕТРИИ

1. Общая топология

Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве; замыкание, внутренность и граница множества. Непрерывные отображения, гомеоморфизм. Связное множество в метрическом пространстве. Компактное метрическое пространство.

2. Гладкие многообразия

Дифференцируемая структура, гладкие многообразия, гладкие отображения; диффеоморфизм. Касательное векторное пространство, дифференциал гладкого отображения. Теорема об обратной функции. Подмногообразия, теорема о неявной функции. Критические точки и критические значения гладкого отображения, теорема Сарда.

ЛИТЕРАТУРА

Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М.: Наука. Т.1 - 1986, т.2 - 1984.
Милнор Дж, Уоллес А. Дифференциальная топология. Начальный курс. М.: Мир, 1972.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Пространство элементарных событий (ЭС). Построение вероятностей для дискретного пространства ЭС. Классическое определение вероятности.

Определение вероятности для произвольного пространства ЭС.

Вероятное пространство. Теорема о непрерывности вероятности. Геометрическая вероятность.

Определение случайной величины (СВ). Ступенчатые СВ. Сходимость по вероятности и почти наверное. Теорема о связи между функциональной зависимостью СВ и измеримостью относительно соответствующей Σ - алгебры.

Определение условной вероятности одного события относительно другого. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Определение условной вероятности события относительно СВ.

Математическое ожидание (МО). Моменты. Условное МО одной СВ относительно другой.

Независимость СВ. МО, произведения независимых СВ.
Дисперсия и ее свойства. Ковариация. Неравенство Чебышева и его обобщения.
Одномерные функции распределения (ФР). Плотность. Представление ФР в виде суммы трех компонент.
Формула для МО функции от СВ.
Примеры ФР.
Многомерные ФР. Согласованность. Плотность. Вероятность попадания в прямоугольник. Построение вероятностной меры в R по ФР. Независимость СВ в терминах ФР.
Коэффициент корреляции.
Многомерное нормальное распределение.
Слабая сходимость ФР. Другие виды сходимости ФР.
Определения и простейшие свойства характеристической функции (ХФ). Семинварианты. ХФ основных законов распределения.
Формулы обращения. Поведение ХФ на бесконечности. Решетчатые распределения. Формула для суммы квадратов скачков ФР.
Многомерные ХФ и их свойства.
ХФ многомерного нормального закона.
Связь между слабой сходимостью ФР и сходимостью ХФ.
Последовательные испытания. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула для числа успехов в схеме Бернулли.
Последовательность независимых СВ. Построение соответствующей вероятностной меры.
Лемма Бореля - Кантелли.
Закон больших чисел.
Усиленный закон больших чисел.
Закон нуля или единицы Колмогорова.
Центральная предельная теорема.
Локальная предельная теорема.
Теорема Пуассона.
Конечные и счетные цепи Маркова. Классификация состояний.
Эргодическая теорема для цепей Маркова.
Ветвящиеся процессы.
Основные процессы теории информации.

ЛИТЕРАТУРА

Гнеденко Б.Г. Курс теории вероятностей.
Феллер Б. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1.
Неве Ж. Математические основы теории вероятностей.

Боровков А.А. Лекции по теории вероятностей.
Фанг Р. Передача информации. Статистическая теория связи.
Лозв М. Теория вероятностей.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

1.Элементы теории множеств и теории моделей

Множества, операции над множествами, отображения и предикаты. Мощности. Теорема Кантора. Теорема Кантора-Бернштейна. Аксиома выбора, принцип максимума (лемма Цорна), принцип полного упорядочения (теорема Цермело). Язык узкого исчисления предикатов. Модели, истинность формул на модели. Локальная теорема Мальцева, теорема Лёвенгейма-Сколема.

2.Исчисление предикатов

Понятие исчисления, основные проблемы. Правила вывода, понятие доказательства. Эквивалентность формул, основные эквивалентности. Теорема о существовании модели. Теорема полноты для исчисления предикатов.

3.Теория алгоритмов

Общерекурсивные (вычислимые) и частично рекурсивные (частично вычислимые) функции. Рекурсивные (вычислимые) и рекурсивно перечислимые (вычислимо перечислимые) множества. Универсальные частично рекурсивные (частично вычислимые) функции, построение нерекурсивного (невычислимого) рекурсивно перечислимого (вычислимо перечислимого) множества. Машины Тьюринга, универсальные машины. Нумерации совокупностей множеств и функций; нумерация Клини, нумерация Поста.

ЛИТЕРАТУРА

Клини С.К. "Введение в метаматематику". М., 1957.
Ершов Ю.Л., Палютин М.А. "Математическая логика". М.: Наука, 1987.
Лавров И.А., Максимова Л.Л. "Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов". М.: Наука, 2001.
Мальцев А.И. "Алгоритмы и рекурсивные функции". М.: Наука, 1965.
Верещагин Н.К., Шень А. "Начала теории множеств". М.: МЦНМО, 1999.
Верещагин Н.К., Шень А. "Вычислимые функции". М.: МЦНМО, 1999.
Верещагин Н.К., Шень А. "Языки и исчисления". М.: МЦНМО, 2000.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ АЛГЕБРЫ

Группы, подгруппы, теорема о разложении группы на смежные классы относительно подгруппы, индекс подгруппы.

Действие группы на множестве, орбиты, стабилизаторы, теорема о мощности орбиты.

Гомоморфизмы, нормальные подгруппы и фактор-группы, теоремы о гомоморфизмах.

Прямые произведения, теорема о строении конечно порожденных абелевых групп.

Простые группы, простота знакопеременных групп A_n при $n > 5$.

Теорема Силова.

Поле, подполе, степень расширения и ее мультипликативность.

Алгебраические и трансцендентные расширения, сохранение алгебраичности при расширениях.

Теорема о существовании корня многочлена в расширении поля.

Конечные поля, теорема об их существовании и единственности.

Теорема о продолжении изоморфизмов на алгебраические расширения полей.

Нормальные расширения и единственность поля разложения многочлена.

Теорема о примитивном элементе.

Расширение Галуа и его группа Галуа, теорема о соответствии Галуа.

ЛИТЕРАТУРА

Б.Л.ван дер Варден "Алгебра". М.: Наука, 1976.

Ленг С. "Алгебра". М.: Мир, 1968.

Каргополов М.И., Мерзляков Ю.И. "Основы теории групп". М.: Наука, 1982.

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

1. Элементы теории приближений. Интерполирование

Задача наилучшего приближения в линейном нормированном пространстве. Полиномы Чебышева. Интерполяционные и квадратурные формулы. Выбор узлов интерполяции. Сплайн-интерполяции.

2. Численные методы линейной алгебры

Вычисление наибольшего по модулю собственного значения матрицы. Интерационные методы. Способы ускорения сходимости. Градиентные методы. Методы ортогонализации.

3. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Метод Рунге - Кутса. Метод Адамса (интерполяционный и экстраполяционный). Метод предиктор-коллектор. Дифференциальное уравнение второго порядка. Факторизация. Метод прогонки. Устойчивость метода.

4. Численное решение интегральных уравнений

Метод моментов. Метод последовательных приближений для уравнений второго рода. Метод регуляризации для уравнений первого рода.

5. Численные методы решения операторных уравнений

Метод последовательных приближений. Метод UL Ритца, Галеркина. Метод наискорейшего спуска. Оценка скорости сходимости. Метод Ньютона.

6. Линейное программирование (01.01.07., 01.01.09)

Прямая и двойственная задача линейного программирования. Метод последовательного улучшения допустимого вектора. Минимизация выпуклого функционала на выпуклом множестве. Использование штрафных функций. Метод сопряженных градиентов.

7. Общая теория разностных схем

Аппроксимация. Аппроксимационная вязкость. Устойчивость. Достаточные признаки устойчивости. Сходимость. Теорема Лакса об эквивалентности. Вариационно-разностные схемы.

8. Численные методы решения задач математической физики

Гиперболические уравнения. Разностные схемы для уравнений переноса. Акустическая система. Счет в инвариантах. Схема бегущего счета. Схема Лакса. Схема Крест. Параболические уравнения. Явные и неявные схемы. Схема Кранка - Николсона. Схема-ромб. Консервативная (балансная) схема. Многомерные уравнения. Аппроксимация и сходимости для задачи Дирихле (уравнения Лапласа). Итерационные методы. Метод Рундсона. Метод переменных направлений. Методы построения экономических разностных схем для многомерных нестационарных задач.

ЛИТЕРАТУРА

Березин Н.О., Жидков Н.П. Методы вычислений, Т.1, 2, М., 1962.
Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, 1972.
Рождественский Б.Л. Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений. М.: Наука, 1978 (глава III).
Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.
Рихтмайер Разностные методы решения краевых задач. И.Л.1960.
Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.
Фаддеев Д.К. Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. Ф.М., 1963.
Рубинштейн Г.И. Конечномерные модели оптимизации. Новосибирск, 1970.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

1. Элементы теории графов

Графы, типы графов. Пути, цепи, маршруты, связность; слабая односторонняя и сильная связность; достижимость. Компоненты связности. Контурь и циклы. Деревья. Эйлеровы и гамильтоновы цепи и циклы. Паросочетания в двудольных графах. Теорема Кенига-Холла. Покрытие ребер вершинами. Паросочетания, совершенные паросочетания в обыкновенных графах.

2. Элементы дискретного анализа.

Функции алгебры логики. Формулы, реализация функций формулами. Эквивалентность формул и свойства элементарных функций. Двойственность, принцип двойственности. Полнота и замкнутость.

Совершенная нормальная форма (НФ). ДНФ, КНФ, Минимальная НФ, тупиковая НФ. Синтез схем, функция Шеннона.

Алфавитные коды и их свойства. Избыточность, код оптимальный и близкий к оптимальному, коды Фано и Шеннона. Код Хэмминга, кодирование и декодирование.

3. Задачи исследования операций и алгоритмическая сложность комбинаторных задач.

Массовая и индивидуальная задачи. Математическое моделирование. Типовые модели принятия решений. Примеры. Задачи распознавания свойств. Машина Тьюринга. Классы P и NP. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи. NP-трудные задачи.

Примеры. Задача отыскания кратчайшей связывающей сети. Задача о назначении. Задача о ранце. Задача коммивояжера.

Динамическое программирование. Метод ветвей и границ. Характеристики приближенных алгоритмов.

4. Математическое программирование

Задачи линейного программирования. Алгоритм симплекс-метода (СМ) с использованием симплексных таблиц. Конечность СМ. Вырожденность. Лексикографический вариант СМ. Модифицированный СМ. Двойственные задачи линейного программирования и теоремы двойственности. Двойственный СМ.

Задачи нелинейного программирования. Теоремы отделимости выпуклых множеств. Задачи выпуклого программирования. Субградиенты выпуклых функций. Седловые точки функции Лагранжа и теорема Куна-Таккера. Градиентные методы и метод Ньютона для задач без ограничений; теоремы о сходимости. Метод возможных направлений и методы штрафных функций для задач с ограничениями.

ЛИТЕРАТУРА

Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М., Наука, 1991.

Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. Ред. Яблонский С.В. и Лупанов О.Б. – М., Мир, 1974.

Гэри М.Р., Джонсон Д.С. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М., Наука, 1982.

Вентцель Е.С. Исследование операций. М., Сов. Радио, 1965.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ

1. Теория упругости

Общие формы классической (линейной) теории упругости. Линеаризация деформаций. Различные формы закона Гука для однородного изотропного упругого тела. Закон термоупругости Дюамеля - Неймана. Первая, вторая и смешанная - основные краевые задачи статики упругого тела. Теорема о единственности решения основных краевых задач (статика). Уравнения Ламе. Уравнение Бельтрами - Митчелла. Теоремы единственности решения основных краевых задач динамики упругого тела (изометрический и адиабатический процессы). Закон Гука для анизотропных упругих сред. Принцип Гамильтона. Уравнение малых колебаний струны (вывод с помощью принципа Гамильтона). Уравнение малых колебаний мембраны. Полуобратный метод Сен-Венана, принцип Сен-Венана. Растяжение стержня продольной силой. Изгиб стержня моментом. Кручение стержней (общая теория), функция Прандтля. Функция Сен-Венана, сведения задачи о кручении к решению задач Неймана и Дирихле для уравнений Лапласа. Теорем о циркуляции касательного напряжения. Простейшие разрешимые случаи уравнений равновесия в перемещениях.

Колебания упругих тел. Продольные и поперечные волны, скорости их распространения. Движение, определяемое волновым уравнением. Задача Лэмба.

Плоская задача математической упругости. Плоская деформация упругих тел. Обобщенное плоское напряженное состояние. Основные уравнения плоской задачи. Комплексное представление бигармонической функции, формула Гурса, формулы Колосова - Мусхелишвили. Приведение основных плоских задач теории упругости к задачам теории функций комплексного переменного.

Методы решения плоской задачи теории упругости. Решение второй основной задачи для круга. Решение первой основной задачи для бесконечной плоскости с круговым отверстием. Применение конформного отображения и интегрирования в плоскости комплексного переменного к плоской задаче. О решении основных задач с помощью рядов. Приведение основных краевых задач теории упругости к уравнениям Фредгольма. Интегральные уравнения Мусхелишвили. Разрешимость системы 2 интегральных уравнений в случае первой и второй основных задач.

2. Теория пластичности

Условия пластичности. Границы применимости решений теории упругости. Условия пластичности Мизеса и Треска.

Теория идеальной пластичности. Уравнения теории пластичности Мизеса. Постановка граничных задач.

Теоремы о предельном равновесии.

Плоское деформированное состояние. Основные уравнения. Преобразования Леви. Уравнения характеристик и соотношения на них для напряжений и скоростей. Интегралы Генки. Численное определение напряжений и скоростей. Прямолинейные семейства характеристик. Задача о штампе и об обжатии полосы. Аналитическое исследование уравнений плоско-дифференцированного состояния (сведения к телеграфному уравнению).

Уравнения Прандтля - Рейса. Упруго-пластическое распределение напряжений и плоскости с отверстием. Задача Галина. Модели упрочняющихся сред. Деформационная теория пластичности. Противоречия деформационной теории. Полный шар под внутренним давлением.

Распространение упруго-пластичных волн в стержнях. Основные уравнения. Задачи с волной разгрузки. Простейшие задачи. Вязко-пластическая среда. Основные уравнения. Простейшие частные решения.

Принцип Хаара - Кармана. Теория пластичности Хаара - Кармана и ее обобщение.

ЛИТЕРАТУРА

Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости.

Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988.

ГИДРОДИНАМИКА И ГАЗОВАЯ ДИНАМИКА

Математическая модель газовой динамики. Методы Лагранжа и Эйлера описания движения среды. Траектория частиц. Интегральные законы сохранения. Термодинамические свойства. Нормальный газ. Политропный газ. Основные свойства ударных волн. Характеристики и слабые разрывы.

Специальные модели движения газа. Изентропическое, изотермическое, изобарическое движение. Модель идеальной несжимаемой

жидкости. Теорема Лагранжа - Томсона. Интеграл Коши - Лагранжа. Установившееся движение. Интеграл Бернулли. Критическая скорость. Безвихревое изэнтропическое установившееся движение.

Групповое свойство уравнений газовой динамики. Допускаемая группа преобразований. Понятие инвариантного решения. Гидродинамика идеальной несжимаемой жидкости. Безвихревое движение. Формула Грина. Кинетическая энергия несжимаемой жидкости. Теорема Кельвина о минимуме кинетической энергии. Парадокс Даламбера.

Плоское безвихревое установившееся течение. Комплексный потенциал и комплексная скорость. Гидродинамическая интерпретация особых точек, формулы Блазиса - Чаплыгина. Теорема Жуковского.

Применение метода конформного отображения к задаче обтекания плоского профиля произвольной формы. Условие Жуковского. Обтекание кругового и эллиптического цилиндра. Теория тонкого крыла. Струи и струйные течения идеальной жидкости. Задача о соударении 2 струй. Теория кумуляции. Истечение из сосуда. Движение системы вихрей. Сферический вихрь Хилла. Возникновение вихрей в идеальной жидкости. Теорема Бьеркинса.

Неустановившиеся безвихревые движения. Гидродинамические реакции при неустановившемся движении твердого тела в жидкости. Тензор присоединенных масс. Движения шара.

Волновые движения идеальной жидкости. Общая постановка задачи. Линейная теория. Волны на поверхности раздела 2 жидкостей. Неустойчивость тангенциального разрыва скоростей. Перенос энергии гравитационными волнами. Волновое сопротивление. Задачи Коши - Пуассона. Теория мелкой воды. Уединенная волна.

Одномерные неустановившиеся движения газа. Одномерные движения с плоскими волнами. Характеристики. Задачи Коши. Область зависимости и область влияния. Численный расчет методом характеристик.

Одномерное изэнтропическое движение. Инварианты Римана. Простые волны. Теорема о невырожденной простой волне. Центрированная простая волна. Критерий простой волны. Градиентная катастрофа. Метод диаграммы. Распад произвольного разрыва. 10 случаев взаимного расположения диаграмм. Задачи: ударная труба; отражение ударной волны от жесткой стенки; удар движущегося газа по неподвижному; взаимодействие ударной волны с контактным разрывом. Асимптотическое затухание ударных волн. Автомодельные решения. Задача о сильном взрыве.

Плоскопараллельные установившиеся движение политропного газа. Уравнение движения. Функция тока. Интеграл Бернулли. Классификация движений. Теория о линиях тока в безвихревом неизентропическом течении.

Уравнения безвихревого установившегося движения. Уравнения для потенциала скорости. Плоскость годографа. Уравнения Чаплыгина. Задача об истечении дозвуковой струи.

Простые волны и характеристики. Годограф простой волны. Течение Прандтля - Мейера. Задача об истечении сверхзвуковой струи. Косые скачки уплотнения. Соотношение Прандтля. Обтекание клина сверхзвуковым потоком.

Околосвуковые течения. Теорема Никольского и Таганова. Поведение течения в окрестности центра. Теорема о прямой звуковой линии. Течение через сопло Лаваля. Уравнения и задачи Трикоми.

Динамика вязкой жидкости

Понятие о вязкой жидкости. Постулаты Стокса. Уравнения Навье - Стокса. Граничные условия. Диссипация энергии в вязкой жидкости. Уравнения вихря. Нереализуемость безвихревых течений. Групповые свойства Навье - Стокса. Примеры инвариантных решений. Диффузия вихревого слоя и вихревой нити. Течение Куэтта. Течение Пуазейля. Внутренняя стационарная задача. Определение обобщенного решения. Исключение и восстановление давления. Априорная оценка. Существование обобщенного решения.

Единственность медленных стационарных течений. Аппроксимация Стокса. Решение внутренней задачи для уравнений Навье - Стокса методом последовательных приближений.

Постановка задачи обтекания Стокса. Парадокс Стокса. Аппроксимация Озсена.

Постановка внутренней нестационарной задачи. Обобщенные решения. Теорема единственности решения внутренней нестационарной задачи. Стационарные течения как предел нестационарных течений. Постановка задачи в теории гидродинамической устойчивости. Уравнение Орра - Зоммерфельда. Понятие о турбулентности. Гипотезы Прандтля. Преобразования Мизеса. Постановка краевой задачи в теории пограничного слоя. Задача об обтекании полубесконечной пластинки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л.И. Введение в механику сплошной среды.

2. Кибель И.А., Кочин В.Е., Розе. Теоретическая гидродинамика. Т.1, 2.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН, КОМПЛЕКСОВ И КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

1. Математические основы информатики и программирования

Понятие алгоритма и его уточнения: машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова, рекурсивные функции. Эквивалентность данных алгоритмических систем. Понятие об алгоритмической неразрешимости. Примеры алгоритмически неразрешимых проблем.

Понятие сложности алгоритмов. Классы P, NP, PSPACE. Теорема Кука об NP-полноте задачи выполнимости булевой формулы. Примеры NP-полных задач. Классы NC^k.

Алгебра логики. Булевы функции, канонические формы задания булевых функций. Понятие полноты системы. Теорема Поста.

Исчисление высказываний. Теорема о полноте исчисления высказываний.

Исчисление предикатов 1-го порядка. Понятие интерпретации. Выполнимость и общезначимость формулы 1-го порядка. Понятие модели. Теорема о полноте исчисления предикатов 1-го порядка.

Основные положения теории графов. Типы графов, способы задания графов. Изоморфизм, отображения. Критерий планарности. Виды и свойства бинарных деревьев. Перечисление бинарных деревьев. Алгоритмы обхода вершин графа. Алгоритм разбиения графа на подграфы заданного типа.

Формальные языки и способы их описания. Классификация формальных грамматик. Их использование в лексическом и синтаксическом анализе. Атрибутные грамматики. Теорема о неразрешимости проблемы распознавания совпадения контекстно-свободных языков.

Основные понятия логического программирования. Теорема Эрбрана. Метод резолюций. Теорема о полноте метода резолюций. Денотационная и операционная семантика.

Основные понятия модальной логики (пропозициональные модальные формулы, реляционная семантика, выполнимость и общезначимость пропозициональных модельных формул в шкалах Крипке). Характеризация рефлексивных и транзитивных шкал Крипке. Примеры модальных логик: темпоральная логика, динамическая логика Пратта.

Основные понятия бестипового λ -исчисления. Теорема Черча–Россера. Модели Д. Скотта для бестипового λ -исчисления.

Основные понятия общей алгебры: алгебра, подалгебра, гомоморфизм, конгруэнция, факторалгебра. Теорема об эпиморфизмах алгебр. Алгебра термов. Универсальное свойство алгебры термов.

Понятие булевой алгебры. Примеры булевых алгебр (алгебра подмножеств, алгебры Линденбаума для теорий первого порядка). Теорема Стоуна о строении конечных булевых алгебр.

Основные понятия исчисления взаимодействующих систем Р. Милнера. Система аксиом CCS. Понятие процесса в CCS. Наблюдаемая конгруэнция на множестве CCS-процессов. Теорема о неподвижной точке.

Понятие схемы программ. Теоремы о неразрешимости свойств пустоты, эквивалентности, тотальности и свободы стандартных схем. Алгоритмы распознавания логико-термальной эквивалентности стандартных схем.

Представление о сетях Петри для анализа свойств параллельных программ. Проблема достижимости.

Методы автоматизации распараллеливания программ и векторизации циклов. Ярусно-параллельные формы. Методы гиперплоскостей, параллелепипедов и т.п.

2. Элементы смежных дисциплин

Теорема Банаха о существовании и единственности неподвижной точки у произвольного сжимающего отображения на полном метрическом пространстве. Итерационные методы решения вычислительных задач.

Численные методы линейной алгебры. Основные алгоритмы и их сложность.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные алгоритмы и их сложность.

Численные методы интегрирования. Основные алгоритмы и их сложность.

Понятие устойчивости разностных схем.

Быстрое преобразование Фурье (БПФ) и его применение.

Погрешность результата: неустранимая, относительная. Погрешность, вызываемая методами выполнения арифметических операций в ЭВМ. Ошибка округления. Накопление ошибок.

Алфавитное кодирование. Алгоритм распознавания алфавитного кодирования. Коды с исправлением ошибок. Методы сжатия кодированной информации.

Основные понятия линейного программирования. Алгоритм симплекс-метода решения задачи линейного программирования.

3. Общие вопросы информатики и вычислительной техники

Понятие архитектуры вычислительных систем (ВС). Основные подходы к классификациям ВС. Основные принципы организации CISC, RISC и VLIW архитектур. Способы организации обработки информации в них. Примеры.

Принципы организации и функционирования потоковых вычислителей и нейросетей. Понятие потоковой схемы программы.

Основные методы организации многопроцессорных систем с распределенным управлением. Примеры. Методы организации обработки информации в таких системах.

Системы с общей и распределенной памятью.

Основные методы организации многопроцессорных систем с централизованным управлением (массовый параллелизм). Методы обработки информации в таких системах.

Понятие и основные виды производительности вычислительных систем. Методы их исследования и анализа.

Методы организации сетей ЭВМ. Основные принципы их функционирования. Классификация сетей по масштабу и топологии.

Понятие сетевого протокола. Семиуровневая модель OSI/ISO. Понятие стандарта.

Сетевая архитектура TCP/IP: основные принципы организации и функционирования.

Способы маршрутизации сообщений в сетях ЭВМ.

Основные функции сервера в сети ЭВМ. Состав и структура его программного обеспечения.

Основные принципы и средства управления сетью.

Понятие о вычислительном эксперименте и его инструментальной поддержке.

Проблемы защиты информации от несанкционированного доступа.

Машинная графика. Средства поддержки машинной графики. Графические пакеты.

Технология программирования. Жизненный цикл программы. Основные этапы. Инструментальные средства поддержки.

Требование к программному продукту (надежность, переносимость, познаваемость, рациональная ресурсоемкость) и их влияние на системы программирования и технологии разработки программных систем.

Методы спецификации программ. Методы проверки спецификации.

Защита авторских прав разработчиков программ. Программистская этика.

4. Операционные системы

Режимы функционирования вычислительных систем, структура и функции операционных систем. Основные блоки и модули.

Основные средства аппаратной поддержки функций ОС: система прерываний, защита памяти, механизм преобразования адресов в системах виртуальной памяти, управление каналами и периферийными устройствами.

Управление доступом к данным. Файловые системы (основные типы, характеристика).

Распределение и использование ресурсов вычислительной системы. Основные подходы и алгоритмы планирования.

Интерфейсы взаимодействия человека с вычислительной системой. Оболочки. Интерпретаторы команд.

Организация сетевого взаимодействия в современных ОС.

Виды процессов и управление ими в современных ОС. Средства взаимодействия процессов. Модель клиент–сервер и ее реализация в современных ОС.

Структура современных распределенных ОС. Объектно-ориентированный подход в организации ОС. Основные международные стандарты для построения ОС.

Управление памятью. Методы организации виртуальной памяти в современных ОС.

5. Системы программирования

Системы программирования, типовые компоненты СП: языки, трансляторы, редакторы связей, отладчики, текстовые редакторы. Понятие иерархии абстрактных машин.

Языки программирования. Синтаксис, семантика. Подходы к классификации языков (по уровню абстракции, по классам применения, по классам пользователей).

Основные концепции процедурно–ориентированных языков программирования. Методы процедурного программирования. Примеры.

Основные концепции логического программирования. Методы составления программ и их исполнения в парадигме логического программирования.

Основные концепции функционального программирования. Методы функционального программирования и их реализация. Примеры систем функционального программирования.

Основные концепции объектно-ориентированных программ. Примеры объектно-ориентированных систем программирования.

Понятие о методах трансляции. Лексический, синтаксический, семантический анализ. Основные алгоритмы генерации объектного кода.

Машинно-ориентированные языки типа ассемблера, области применения, способы записи машинных команд и констант. Команды транслятору, их типы, принципы реализации.

Макросредства, макровыводы, языки макроопределений, условная макрогенерация, принципы реализации.

Модульное программирование. Типы модулей (исходный, загрузочный, объектный). Связывание модулей по управлению и данными.

Понятие о подходах к автоматическому синтезу программ.

Пакеты прикладных программ (ППП). Системная часть и наполнение. Языки общения с ППП.

Средства описания параллелизма в современных языках программирования.

6. Методы хранения, организации и доступ к данным

Концепция типа данных. Абстрактные типы данных. Объекты (основные свойства и отличительные черты).

Основные структуры данных, алгоритмы обработки и поиска.

Модели данных. Иерархическая, сетевая, реляционная, алгебра отношений. Примеры соответствующих СУБД.

Информационно-поисковые системы. Классификация. Методы реализации и методы ускорения поиска.

Базы данных. Основные понятия языков управления и манипулирования данными. Распределенные базы данных, активные базы данных, интегрированные базы данных.

Понятие о базе знаний, их использование в экспертных системах и системах логического вывода. Способы представления знаний.

Организация физического уровня баз данных. Методы индексирования и сжатия данных.

Язык баз данных SQL. Средства управления и изменения схемы базы данных, определения ограничений целостности. Контроль доступа.

ЛИТЕРАТУРА

- Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975.
- Девис У. Операционные системы: Функциональный подход. М.: Мир, 1980.
- Королев Л.Н. Структуры ЭВМ и их математическое обеспечение. М.: Наука, 1980.
- Любимский Э.З., Мартынюк В.В., Трифонов Н.П. Программирование. М.: Наука, 1978.
- Попов Ю.П., Самарский А.А. Вычислительный эксперимент. М. Знание. 1983.
- Пратт Т. Языки программирования. Разработка и реализация. М.: Мир, 1979.
- Уокерли Дж. Архитектура и программирование микро-ЭВМ: В 2 т. М.: Мир, 1984.
- Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1979.
- Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т. 1, 2. М.: Мир, 1978.
- Воеводин В.В. Математические модели и методы в параллельных процессах. М.: Наука, 1986.
- Хоггер К. Введение в логическое программирование. М.: Мир, 1988.
- Алексеев В.Б., Ложкин С.А. (составители). Элементы теории графов и схем. Методическое пособие. М.: МГУ, 1991.
- Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Мир, 1985.
- Фоли Дж. Ю Вэн Дем А. Системы интерактивной графики. М.: Мир, 1985.
- Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. М.: Мир, 1989.
- Мартин Дж. Организация баз данных в вычислительных системах. М.: Мир, 1987.
- Трахтенгерц Э.А. Введение в теорию анализа и распараллеливания программ ЭВМ. М.: Наука, 1981.
- Гэри, Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1984.
- Голдблатт Р. Логика времени и вычислимость. М.: Мир, 1993.

Manna Z., Pnueli A. The temporal logic of Reactive and Concurrent Systems. Springer-Verlag, 1992.
Handbook of Theoretical Computer Science. Vol. A. B. 1990.
Справочная книга по математической логике. 1984.
Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. 1984.
Котов В.Е., Сабельфельд В.К. Теория схем программ. 1992.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

1. Дифференциальные уравнения

Автономные системы дифференциальных уравнений. Положение равновесия, предельные циклы. Устойчивость, теорема Ляпунова. Исследования Вышнеградского. Седло, узел, центр ([1], гл. II, §§ 15-16, гл. V).

2. Уравнения математической физики

Математические модели физических задач, приводящие к уравнениям математической физики; основные уравнения математической физики; постановка задач. Корректность некорректно поставленных задач. Общие методы регуляризации некорректно поставленных задач ([8], гл. II, §§ 1-5).

Обобщенное решение краевых задач на собственные значения для эллиптических уравнений в самосопряженной форме. Вариационные свойства собственных значений. Основные свойства гармонических функций (формулы Грина, теоремы о среднем, принцип максимума). Фундаментальное решение и функции Грина для уравнения Далласа. Вариационные методы решения краевых задач (Рица, Галеркина, наименьших квадратов).

Задачи Коши для уравнения теплопроводности и уравнения колебания (в одномерном и многомерном случаях), фундаментальные решения. Характеристики. Понятия об обобщенных решениях. Обобщенные решения смешанных задач однородными краевыми условиями для уравнений параболического и гиперболического типов; существование, единственность и непрерывная зависимость. Метод Фурье. Метод Галеркина ([2], гл. I, III, V, VI; [3], гл. IV-VI; [4], гл. II; [5], гл. I; [6], гл. XII)

3. Вычислительная математика.

Прямые методы (методы прогонки, быстрое преобразование Фурье циклической редукции). Метод последовательной верхней релаксации, неявные схемы с эквивалентными по спектру операторами, попеременно треугольный метод, метод сопряженных градиентов. Метод расщепления и переменных направлений. Оценки сходимости ([6], гл. VI; [4], гл. IV; [5], гл. X; [7], гл. XI).

4. Математическое моделирование.

Основные виды научных исследований. Значение математики и вычислительной техники в научных исследованиях.

Определение понятия «модель», функции моделей при проведении научных исследований. Особенности и области применения математического, машинного, натурального и полунатурального моделирования.

Обоснование корректности моделей. Основы теории подобия и верификации моделей.

Основные этапы моделирования. Предварительное исследование моделируемого объекта. Постановка задачи и определение типа модели. Требования к модели. Построение математической, алгоритмической и программной модели исследуемой системы.

Научный, инженерный и промышленный эксперимент как средство построения или уточнения математической модели исследуемого объекта или явления. Типовая схема экспериментальных исследований. Типовые задачи исследования. Экспериментальные исследования как объект автоматизации.

5. Основы вычислительной техники.

Основные направления развития ЭВМ и их классификация. Перспективы развития ЭВМ. Периферийное оборудование ЭВМ и его использование.

Особенности постановки и проведения машинных и полунатурных исследований моделей сложных систем на многопроцессорных и многомашинных вычислительных комплексах.

Основные функции, выполняемые программным обеспечением (ПО) научных исследований. Требования, предъявляемые к ПО со стороны исследователей в период разработки программ. Динамика измерения затрат на разработку различных классов программ. Методы решения проблемы снижения трудоемкости разработки и сопрово-

ждения программ. Операционные системы: назначение, выполняемые функции.

Принципы управления сетью ЭВМ. Средства программирования, обеспечивающие управление обменом информацией с объектом исследования.

6. Программное обеспечение математического моделирования.

Программное обеспечение информационных систем. Базы данных и их реализация. Основные модели, определяющие базу данных. Принципы построения систем управления базами данных (СУБД). Организация диалогового процесса с СУБД при проведении научных исследований.

Прикладное программное обеспечение научных исследований. Формы представления комплексов прикладных программ: библиотека, пакет прикладных программ (ППП), диалоговая система. Примеры библиотек и ППП общематематического назначения. Процедурные и непроцедурные входные языки для записи заданий для расчетов с помощью ППП. Архитектура ППП и процесс обработки входного задания. Архитектура диалоговой системы. Способы организации диалогового процесса исследований.

Технология разработки комплексов прикладных программ. Структурное проектирование программ. Применение инструментальных средств разработки ППП и диалоговых систем. Программное обеспечение аналого-цифровых, графических дисплеев и средств машинной графики.

Достоинство и недостатки использования проблемно-ориентированных языков моделирования. Факторы, влияющие на выбор языка. Пакеты и системы дискретного, непрерывного и дискретно-непрерывного моделирования.

7. Методы проведения эксперимента.

Цели и методы планирования экспериментов. Математическая теория эксперимента: формулировка проблемы, классификация методов. Планирование регрессионных экспериментов, критерии оптимальности регрессионных планов. Планы 1-го и 2-го порядков. Последовательные методы планирования экспериментов. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. Задачи и планирование эксперимента при исследовании динамических объектов.

Основные характеристики и особенности массивов информации в научных исследованиях. Размерность, качественные и количественные признаки, способы представления, механизмы и модели порождения данных, общая схема и основные этапы анализа данных.

Задача статистического оценивания параметров. Свойства статистических оценок. Методы статистического оценивания. Использование априорной информации (баесовский подход).

Статистическая проверка гипотез. Основные типы гипотез, проверяемых в ходе статистической обработки данных. Общая схема статистического критерия. Построение статистического критерия, принцип отношения правдоподобия. Характеристика качества статистического критерия. Последовательная схема принятия решения.

Методы структуризации данных. Задача классификации, механизмы порождения классификаций. Задача классификации объектов с «учителем», различные модели распознавания объектов. Задача автоматической классификации (кластер - анализ), вариационный и статистических подходы, основные типы алгоритмов, проблема выбора числа классов.

Методы структуризации параметров, модели и методы факторного анализа, алгоритмы экстремальной группировки, выбор числа групп, нелинейные модели, особенности методов структуризации качественных признаков.

Методы отображения и визуализации многомерных данных, методы моделей многомерного шкалирования, особенности использования алгоритмов для различных типов данных, связь методов многомерного шкалирования и методов классификации.

Методы аппроксимации сложных зависимостей, построение прогностических и нормальных моделей. Регрессионные линейные и нелинейные модели. Методы кусочной аппроксимации зависимостей. Структурные регрессионные уравнения. Методы структурной минимизации эмпирического риска в задаче аппроксимации зависимостей.

Методы анализа экспериментальных кривых. Специфика проблемы и основные подходы к ее решению. Сегментация кривых. Машинные методы построения языка для качественного описания кривых.

Автоматическая обработка изображения. Изображение как особый тип массовых эмпирических данных.

Методы первичной обработки данных. Шкалы измерений. Унифицированное представление разнотипных данных. Методы восстановления пропущенных наблюдений. Анализ резко выделяющихся на-

блюдений. Погрешности дискретизации и квантовая в задачах интерполяции сигналов, статистической обработки данных. Сжатие данных.

ЛИТЕРАТУРА

- Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
- Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1961.
- Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1976.
- Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980.
- Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1980.
- Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1973.
- Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977.
- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.. Методы решения некорректных задач. М.: 1974.
- Кузмичев Д.А., Радкевич И.А., Смирнов А.Д. Автоматизация экспериментальных исследований: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1983. - С. 391.
- Хартман К., Лецкий Э., Шефер З. и др. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов. М.: Мир, 1977. - С. 552.
- Мирский Г.Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. М.: Энергоиздат, 1982. - С. 320.
- Горский В.Г., Адлер С.П., Талалай А.М. Планирование промышленных экспериментов (модели динамики). М.: Metallургия, 1987. - С. 112.
- Шеннон Р. Имитационное моделирование систем - искусство и наука. М.: Мир, 1978.

Подписано в печать 28.05.2002 г.
Формат 70 x 108 1/16. Уч.-изд. л. 2,3
Тираж 150 экз. Заказ №

Лицензия ЛР № 021285 от 6 мая 1998 г.
Редакционно-издательский центр НГУ
630090, Новосибирск-90, ул. Пирогова, 2